CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2017

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

PESEL

miejsce na naklejkę

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

DATA: **5 maja 2017 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **170 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- dostosowania kryteriów oceniania
- nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę
- dostosowania w zw. z dyskalkulią

NOWA FORMUŁA

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) zaznacz na karcie odpowiedzi, w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ● i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki, a także z kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-P1_1P-172

MMA 2017

W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)
Liczba $5^8 \cdot 16^{-2}$ jest równa

A. $\left(\frac{5}{2}\right)^8$ B. $\frac{5}{2}$ C. 10^8 D. 10

Zadanie 2. (0–1)
Liczba $\sqrt[3]{54}-\sqrt[3]{2}$ jest równa

A. $\sqrt[3]{52}$ B. 3 C. $2\sqrt[3]{2}$ D. 2

Zadanie 3. (0–1)
Liczba $2\log_2 3 - 2\log_2 5$ jest równa

A. $\log_2 \frac{9}{25}$ B. $\log_2 \frac{3}{5}$ C. $\log_2 \frac{9}{5}$ D. $\log_2 \frac{6}{25}$

Zadanie 4. (0–1)
Liczba osobników pewnego zagrożonego wyginięciem gatunku zwierząt wzrosła w stosunku do liczby tych zwierząt z 31 grudnia 2011 r. o 120% i obecnie jest równa 8910. Ile zwierząt liczyła populacja tego gatunku w ostatnim dniu 2011 roku?

A. 4050 B. 1782 C. 7425 D. 7128

Zadanie 5. (0–1)
Równość $\left(x\sqrt{2}-2\right)^2=\left(2+\sqrt{2}\right)^2$ jest

A. prawdziwa dla $x=-\sqrt{2}$.

B. prawdziwa dla $x=\sqrt{2}$.

C. prawdziwa dla $x=-1$.

D. fałszywa dla każdej liczby x.

Zad 1 $5^8\cdot 16^{-2} = 5^8\cdot(2^4)^{-2} = 5^8\cdot 2^{-8} =$
$= 5^8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^8 = \left(\frac{5}{2}\right)^8$

Zad. 2 $\sqrt[3]{54}-\sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2} - 1\sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2}$

Zad. 3 $2\log_2 3 - 2\log_2 5 = 2(\log_2 3 - \log_2 5)$
$= 2\cdot\log\frac{3}{5} = \log_2\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \log_2\frac{9}{25}$

Zad. 4 x – początkowa ilość zwierząt.
$x + 120\%\cdot x = 8910$
$2{,}2x = 8910 \,/ : 2{,}2$
$x = 4050$

Zad. 5 $2x^2 - 4\sqrt{2}x \cancel{+4} = \cancel{4} + 4\sqrt{2} + 2 \;/ : 2$
$x^2 - 2\sqrt{2}x - 2\sqrt{2} - 1 = 0$
$(x^2-1) + (-2\sqrt{2}x - 2\sqrt{2}) = 0$
$(x-1)(x+1) - 2\sqrt{2}(x+1) = 0$
$(x+1)\cdot[(x-1) - 2\sqrt{2}] = 0$
$x+1=0 \quad \vee \quad x-1-2\sqrt{2}=0$
$x=-1 \quad \vee \quad x=1+2\sqrt{2}$

Zadanie 6. (0–1)
Do zbioru rozwiązań nierówności $(x^4+1)(2-x)>0$ <u>nie należy</u> liczba

A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

Zadanie 7. (0–1)
Wskaż rysunek, na którym jest przedstawiony zbiór wszystkich rozwiązań nierówności $2-3x \geq 4$.

A.


B.


C.


D.


Zadanie 8. (0–1)
Równanie $x(x^2-4)(x^2+4)=0$ z niewiadomą x

A. nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.
B. ma dokładnie dwa rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych.
C. ma dokładnie trzy rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych.
D. ma dokładnie pięć rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

Zadanie 9. (0–1)
Miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x)=\sqrt{3}(x+1)-12$ jest liczba

A. $\sqrt{3}-4$ B. $-2\sqrt{3}+1$ C. $4\sqrt{3}-1$ D. $-\sqrt{3}+12$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zad. 6 $(x^4+1)(2-x)>0$

$-(x-2)(x^4+1)>0$

$x\in(-\infty;2)$ $\wedge$ $3\notin(-\infty;2)$ D

Zad. 7 $2-3x\geq 4$

$-3x\geq 2 \quad /:(-3)$

$x\leq -\frac{2}{3}$

Zad. 8

$x(x^2-4)(x^2+4)=0$

$x(x-2)(x+2)(x^2+4)=0$

$x=\{-2;0;2\}$

Zad. 9 $f(x)=0 \Leftrightarrow \sqrt{3}(x+1)-12=0$

$\sqrt{3}x+\sqrt{3}-12=0$

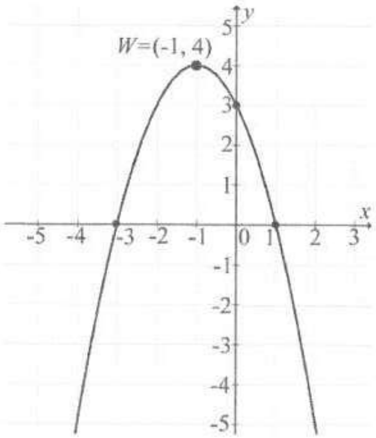
$\sqrt{3}x=12-\sqrt{3} \quad /:\sqrt{3}$

$x=\frac{12-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$x=\frac{12\sqrt{3}-3}{3}=\frac{\cancel{3}(4\sqrt{3}-1)}{\cancel{3}} \Rightarrow x=4\sqrt{3}-1$

Zadanie 10. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $f(x)=ax^2+bx+c$, której miejsca zerowe to: -3 i 1.

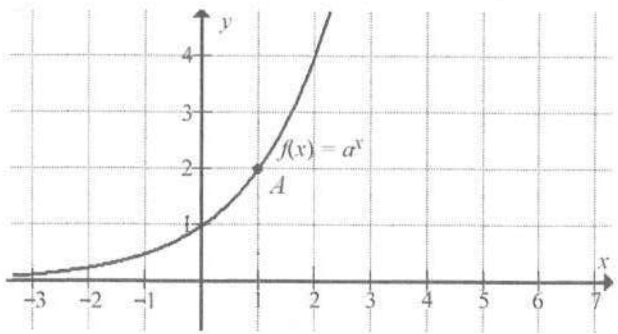


Współczynnik c we wzorze funkcji f jest równy

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Zadanie 11. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji wykładniczej f określonej wzorem $f(x)=a^x$. Punkt $A=(1,2)$ należy do tego wykresu funkcji.



Podstawa a potęgi jest równa

A. $-\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** -2 **D.** 2

Zad.10 $f(x)=ax^2+bx+c \Rightarrow f(0)=c$

z wykresu mamy $f(3)=0 \Rightarrow c=3$

dłuższe II metoda $\Rightarrow f(x)=a(x+1)^2+4$

$f(1)=0 \Rightarrow a(1+1)^2+4=0$

$4a+4=0 \quad /:4$

$a+1=0$

$a=-1$

$f(x)=-(x+1)^2+4=-(x^2+2x+1)+4$

$=-x^2-2x-1+4=-x^2-2x+\underbrace{3}_{c}$

$c=3$

Zad.11 $f(1)=2$

$a^1=2$

$a=2$

Zadanie 12. (0–1)
W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, dane są: $a_1 = 5$, $a_2 = 11$. Wtedy

A. $a_{14} = 71$ **B.** $a_{12} = 71$ **C.** $a_{11} = 71$ **D.** $a_{10} = 71$

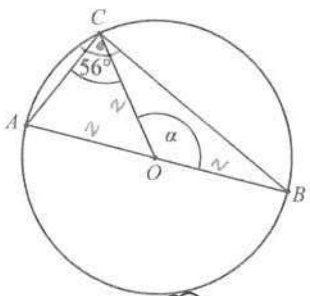
Zadanie 13. (0–1)
Dany jest trzywyrazowy ciąg geometryczny $(24, 6, a-1)$. Stąd wynika, że

A. $a = \frac{5}{2}$ **B.** $a = \frac{2}{5}$ **C.** $a = \frac{3}{2}$ **D.** $a = \frac{2}{3}$

Zadanie 14. (0–1)
Jeśli $m = \sin 50°$, to

A. $m = \sin 40°$ **B.** $m = \cos 40°$ **C.** $m = \cos 50°$ **D.** $m = \operatorname{tg} 50°$

Zadanie 15. (0–1)
Na okręgu o środku w punkcie O leży punkt C (zobacz rysunek). Odcinek AB jest średnicą tego okręgu. Zaznaczony na rysunku kąt środkowy α ma miarę



A. 116° **B.** 114° **C.** 112° **D.** 110°

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zad. 12 $a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$
$a_1 = 5$
$a_2 = 11 \Rightarrow 5 + r = 11$
$r = 6$

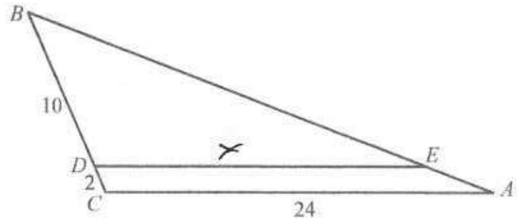
$a_{14} = a_1 + 13\cdot r = 5 + 13\cdot 6 = 83 \neq 71.$
$a_{12} = a_1 + 11r = 5 + 11\cdot 6 = 5 + 66 = 71$

Zad. 13
$6^2 = 24(a-1)$
$36 = 24a - 24$
$60 = 24a \quad /:24 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$

Zad. 14 $m = \sin 50° = \sin(90° - 40°) = \cos 40°$

Zad. 15 $|\angle OCB| = 90° - 56° = 34° = |\angle ABC| = \beta$
$2\beta + \alpha = 180°$
$\alpha = 180° - 2\cdot 34° = 112°$

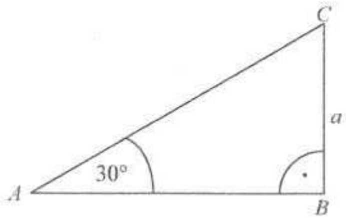
Zadanie 16. (0–1)
W trójkącie ABC punkt D leży na boku BC, a punkt E leży na boku AB. Odcinek DE jest równoległy do boku AC, a ponadto $|BD| = 10$, $|BC| = 12$ i $|AC| = 24$ (zobacz rysunek).



Długość odcinka DE jest równa

A. 22 B. 20 C. 12 D. 11

Zadanie 17. (0–1)
Obwód trójkąta ABC, przedstawionego na rysunku, jest równy



A. $\left(3+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)a$

B. $\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)a$

C. $\left(3+\sqrt{3}\right)a$

D. $\left(2+\sqrt{2}\right)a$

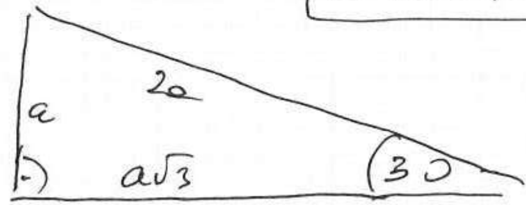
BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zad. 16 Tw. Talesa (lub podobieństwo Δ jak ktoś woli)

$x = |DE| = ?$

$\frac{10+2}{24} = \frac{10}{x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = 20$

Zad. 17 $\boxed{\text{z wł. } \Delta\ 30°, 60°, 90°}$

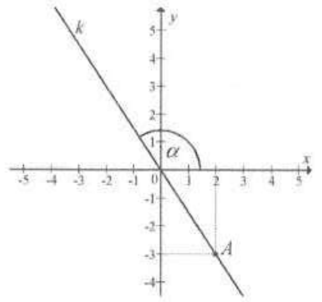


$Ob_\Delta = a + a\sqrt{3} + 2a$

$= (1 + \sqrt{3} + 2)a =$

$= \boxed{(3+\sqrt{3})a}$

Zadanie 18. (0–1)
Na rysunku przedstawiona jest prosta k, przechodząca przez punkt $A=(2,-3)$ i przez początek układu współrzędnych, oraz zaznaczony jest kąt α nachylenia tej prostej do osi Ox.



Zatem

A. $\mathrm{tg}\alpha=-\frac{2}{3}$ **B.** $\mathrm{tg}\alpha=-\frac{3}{2}$ **C.** $\mathrm{tg}\alpha=\frac{2}{3}$ **D.** $\mathrm{tg}\alpha=\frac{3}{2}$

Zadanie 19. (0–1)
Na płaszczyźnie z układem współrzędnych proste k i l przecinają się pod kątem prostym w punkcie $A=(-2,4)$. Prosta k jest określona równaniem $y=-\frac{1}{4}x+\frac{7}{2}$. Zatem prostą l opisuje równanie

A. $y=\frac{1}{4}x+\frac{7}{2}$ **B.** $y=-\frac{1}{4}x-\frac{7}{2}$ **C.** $y=4x-12$ **D.** $y=4x+12$

Zadanie 20. (0–1)
Dany jest okrąg o środku $S=(2,3)$ i promieniu $r=5$. Który z podanych punktów leży na tym okręgu?

A. $A=(-1,7)$ **B.** $B=(2,-3)$ **C.** $C=(3,2)$ **D.** $D=(5,3)$

Zadanie 21. (0–1)
Pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prawidłowego czworokątnego, w którym wysokość jest 3 razy dłuższa od krawędzi podstawy, jest równe 140. Zatem krawędź podstawy tego graniastosłupa jest równa

A. $\sqrt{10}$ **B.** $3\sqrt{10}$ **C.** $\sqrt{42}$ **D.** $3\sqrt{42}$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zad. 18 Z WZORNIKA CKE.

$\mathrm{tg}\alpha = \frac{y}{x}$ dla $A=(x;y)=\underline{(2;-3)}$ dane.

$\mathrm{tg}\alpha = \frac{-3}{2}$

Zad. 19 $A=(-2;4)\in(k\cap l)$

$k: y=-\frac{1}{4}x+\frac{7}{2}$ | $l=?$.

$l: y=ax+b$

$l\perp k$

$l\perp k: \ -\frac{1}{4}\cdot a=-1 \quad /\cdot(-4)$

$a=4$

$l: y=4x+b.$

$A\in l: \ 4=4\cdot(-2)+b$

$b=12$

$l: y=4x+12$

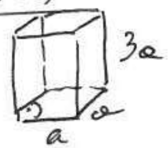
Zad. 20

$\Rightarrow |SP|=r$

$\vec{AS}=[2-x_p;7-y_p]=[2+1;3-7]=[3;-4]$

$|AS|=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=\underline{5=r}$

Zad. 21



$P_c=140$

$a=?$

$2a^2+4\cdot a\cdot 3a=140$

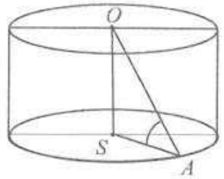
$14a^2=140 \quad /:14$

$a^2=10 \quad /\sqrt{}$

$a=\sqrt{10}$

Zadanie 22. (0–1)

Promień AS podstawy walca jest równy wysokości OS tego walca. Sinus kąta OAS (zobacz rysunek) jest równy



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Zadanie 23. (0–1)

Dany jest stożek o wysokości 4 i średnicy podstawy 12. Objętość tego stożka jest równa

A. 576π B. 192π C. 144π D. 48π

Zadanie 24. (0–1)

Średnia arytmetyczna ośmiu liczb: 3, 5, 7, 9, x, 15, 17, 19 jest równa 11. Wtedy

A. $x = 1$ B. $x = 2$ C. $x = 11$ D. $x = 13$

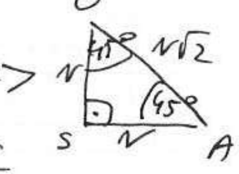
Zadanie 25. (0–1)

Ze zbioru dwudziestu czterech kolejnych liczb naturalnych od 1 do 24 losujemy jedną liczbę. Niech A oznacza zdarzenie, że wylosowana liczba będzie dzielnikiem liczby 24. Wtedy prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{6}$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zad.22. $|AS| = r = |SO| \Rightarrow$



$\sin|\angle AOS| = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Zad. 23

$H = 4$

$2r = 12$

$\Downarrow$

$r = 6$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi r^2 H = \frac{1}{3}\cdot\pi\cdot 6^2\cdot 4$

$V = \frac{36}{3}\pi\cdot 4 = 12\pi\cdot 4$

$\boxed{V = 48\pi}$

Zad. 24

$3+5+7+9+15+17+19 = 75$

$\text{śr.} = \frac{75+x}{8} = 11 \Rightarrow 75 + x = 88$

$x = 13$

Zad. 25

$\Omega = \{1; 2; \ldots 24\} \Rightarrow n = 24.$

$k = 1$

$A = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$

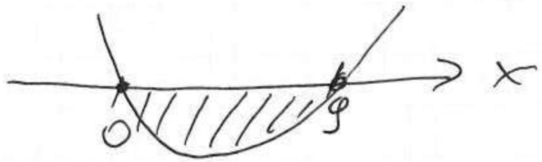
$\overline{\overline{A}} = 8$; $\overline{\overline{\Omega}} = n = 24$

$p(A) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż nierówność $8x^2 - 72x \le 0$.

$8x(x-9) \le 0$



$x \in \langle 0; 9 \rangle$

Odpowiedź: $x \in \langle 0; 9 \rangle$

Zadanie 27. (0–2)

Wykaż, że liczba $4^{2017} + 4^{2018} + 4^{2019} + 4^{2020}$ jest podzielna przez 17.

Zał: $L = 4^{2017} + 4^{2018} + 4^{2019} + 4^{2020}$

$k \in N$

Teza: $L = 17k$ dla $k \in N$

Dowód:

$L = 4^{2017} \cdot (1 + 4 + 4^2 + 4^3) =$

$= 4^{2017} \cdot [5 + 4^2(4+1)] =$

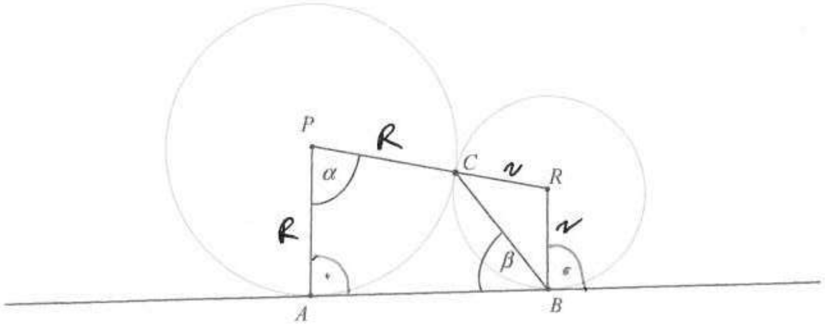
$= 4^{2017}(5 + 16 \cdot 5)$

$= \underbrace{4^{2017} \cdot 5}_{k} \cdot 17 = 7k$

cnd.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	26.	27.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 28. (0–2)
Dane są dwa okręgi o środkach w punktach P i R, styczne zewnętrznie w punkcie C. Prosta AB jest styczna do obu okręgów odpowiednio w punktach A i B oraz $|\sphericalangle APC| = \alpha$ i $|\sphericalangle ABC| = \beta$ (zobacz rysunek). Wykaż, że $\alpha = 180° - 2\beta$.



① $|\sphericalangle BCR| = |\sphericalangle CBR| = 90° - \beta$

więc: $|\sphericalangle BCP| = 180 - (90° - \beta)$
$= 90 + \beta.$

SUMA $\sphericalangle$ ABRP:

② $\alpha + 90° + \beta + 90 + \beta = 360°$

$\alpha = 180° - 2\beta$ cnd.

Zadanie 29. (0–4)
Funkcja kwadratowa f jest określona dla wszystkich liczb rzeczywistych x wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$. Największa wartość funkcji f jest równa 6 oraz $f(-6) = f(0) = \frac{3}{2}$.
Oblicz wartość współczynnika a.

$p = x_w = \frac{-6+0}{2} = -3 \wedge q = 6$

$f(x) = a(x+3)^2 + 6$

$f(0) = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} = a \cdot 3^2 + 6$

$9a = \frac{3}{2} - 6$

$9a = -\frac{9}{2} \quad /:9$

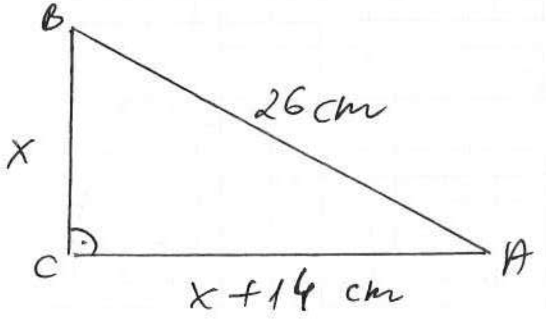
$f(x) = -\frac{1}{2}(x+3)^2 + 6 \Leftarrow a = -\frac{1}{2}$

Odpowiedź: $a = -\frac{1}{2}$

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	28.	29.
	Maks. liczba pkt	2	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 30. (0–2)

Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 26 cm, a jedna z przyprostokątnych jest o 14 cm dłuższa od drugiej. Oblicz obwód tego trójkąta.



$x > 0$

Sz:

$Ob_\Delta = ?$

$$x^2 + (x+14)^2 = 26^2$$

$$x^2 + x^2 + 28x + 196 = 676$$

$$2x^2 + 28x - 480 = 0 \quad /:2$$

$$x^2 + 14x - 240 = 0$$

$$(x+7)^2 - 49 - 240 = 0$$

$$(x+7)^2 = 289 \quad /\sqrt{\ }$$

$$|x+7| = 17 \quad \wedge \quad x > 0$$

$$x + 7 = 17$$

$$x = 10 \text{ cm}$$

$$Ob_\Delta = x + x + 14 + 26 = 20 + 40 = 60$$

Odpowiedź: Obwód ΔABC wynosi 60 cm.

Zadanie 31. (0–2)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, dane są: wyraz $a_1 = 8$ i suma trzech początkowych wyrazów tego ciągu $S_3 = 33$. Oblicz różnicę $a_{16} - a_{13}$.

D:

② $a_1 = 8$

$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$

① $S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 33$

Sz:

$a_{16} - a_{13} = ?$

① $a_1 + a_1 + r + a_1 + 2r = 33$

$$3(a_1 + r) = 33 \quad /:3 \qquad ②$$

$$a_1 + r = 11 \quad \wedge \quad a_1 = 8$$

$$8 + r = 11$$

$$r = 3$$

③ $a_{16} - a_{13} = a_1 + 15r - (a_1 + 12r)$

$$= \cancel{8} + 15\cdot 3 - \cancel{8} - 12\cdot 3$$

$$= 3 \cdot 3 = 9.$$

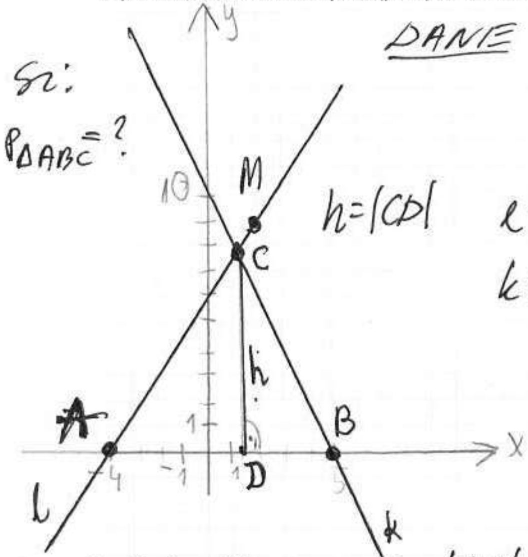
Odpowiedź: $a_{16} - a_{13} = 9$.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	30.	31.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 32. (0–5)

Dane są punkty $A=(-4,0)$ i $M=(2,9)$ oraz prosta k o równaniu $y=-2x+10$. Wierzchołek B trójkąta ABC to punkt przecięcia prostej k z osią Ox układu współrzędnych, a wierzchołek C jest punktem przecięcia prostej k z prostą AM. Oblicz pole trójkąta ABC.

Sz: $P_{\Delta ABC} = ?$



$h=|CD|$

DANE: $A=(-4;0)$

$M=(2;9)$

$C=(x_C;y_C)\in(l\wedge k)$

$l: y=ax+b$

$k: y=-2x+10$

$B=(x_B;0)\in k$

(1) $k: 0=-2x+10$

$2x=10 \quad /:2$

$x=5=x_B$

$\boxed{B=(5;0)}$

$\boxed{|AB|=9}$

(2) $A: \begin{cases}-4a+b=0\\ 2a+b=9\end{cases}$ M

$-6a=-9 \quad /:(-6)$

$a=\frac{3}{2} \Rightarrow b=4\cdot\frac{3}{2}=6 \Rightarrow \boxed{l: y=\frac{3}{2}x+6}$

(3) $l: \begin{cases}y=\frac{3}{2}x+6\\ y=-2x+10\end{cases}$ k $\Rightarrow \frac{3}{2}x+6=-2x+10$

$\frac{7}{2}x=4 \Rightarrow x=\frac{8}{7} \Rightarrow \begin{cases}x_C=\frac{8}{7}\\ y_C=\frac{54}{7}\end{cases}$

~~(4) $P_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 9\cdot\frac{54}{7}$ -243~~

$\boxed{h=\frac{54}{7}=y_C} \Leftarrow \boxed{C=\left(\frac{8}{7};\frac{54}{7}\right)}$

(4) $P_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot|AB|\cdot h=\frac{1}{2}\cdot 9\cdot\frac{54}{7}=\frac{243}{7}=34\frac{5}{7}$

Odpowiedź: $P_{\Delta ABC}=34\frac{5}{7}$

Zadanie 33. (0–2)

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosujemy liczbę, która jest równocześnie mniejsza od 40 i podzielna przez 3. Wynik zapisz w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

$Z=\{10;11;12;\ldots;98;99\}$.

$n=|Z|=90 \rightarrow$ (2) $\overline{\overline{\Omega}}=90$

$k=1$

(1) A – wylosowano liczbę mniejszą od 40 i podzielną przez 3.

$A=\{12;15;18;21;\ldots;39\}$ albo $k\in C$

(3) $\overline{\overline{A}}=\cancel{39-11}\ 10 \Rightarrow$ $3k\in\langle 12;39\rangle \ /:3$

$k\in\langle 4;13\rangle$

$\overline{\overline{k}}=13-3=10$

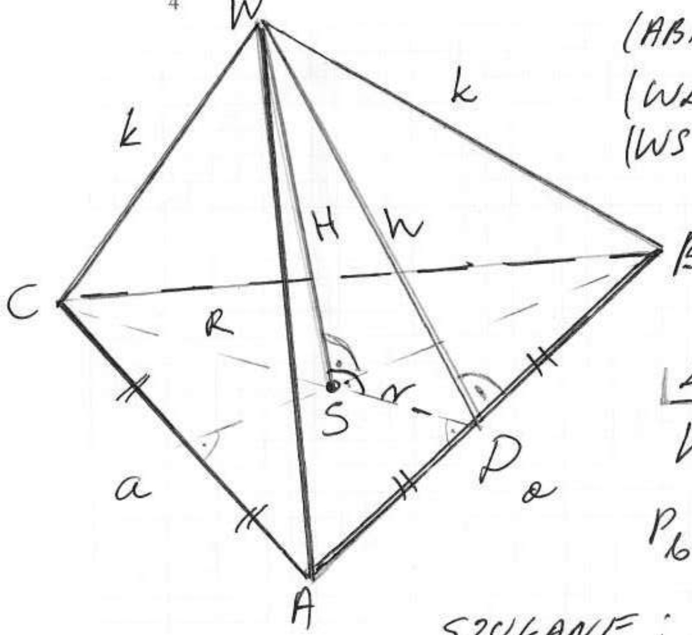
(4) $P(A)=\frac{\overline{\overline{A}}}{\overline{\overline{\Omega}}}=\frac{10}{90}$

$P(A)=\frac{1}{9}$

Odpowiedź: $P(A)=\frac{1}{9}$.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	32.	33.
	Maks. liczba pkt	5	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 34. (0–4)
W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wysokość ściany bocznej prostopadła do krawędzi podstawy ostrosłupa jest równa $\frac{5\sqrt{3}}{4}$, a pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe $\frac{15\sqrt{3}}{4}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.



OZNACZENIA

$|AB| = |AC| = |BC| = a > 0$

$|WD| = h > 0$

$|WS| = H > 0$

$k = |WA| = |WB| = |WC|$

$r = \frac{a\sqrt{3}}{6} = |SD|$

$R = \frac{a\sqrt{3}}{3} = |SC|$

DANE:

$h = \frac{5\sqrt{3}}{4}$

$P_b = \frac{15\sqrt{3}}{4}$

SZUKANE: $V = ?$

(1) $P_b = \frac{1}{2} a \cdot h \cdot 3 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{5\sqrt{3}}{4} \cdot 3 = \frac{15\sqrt{3}}{8} a$

$P_b = \frac{15\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \frac{15\sqrt{3}a}{8} = \frac{15\sqrt{3}}{4} \quad / \cdot \frac{8}{\sqrt{3} \cdot 15}$

$\boxed{a = 2}$

(2) $P_p = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$

(3) $r = \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

(4) $H^2 + r^2 = h^2$

$H^2 = \left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$

$H^2 = \frac{25 \cdot 3}{16} - \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{9}_{3}}$

$H^2 = \frac{25 \cdot 9 - 16}{3 \cdot 16}$

$H^2 = \frac{209}{48} \quad / \sqrt{\ } \quad \wedge \quad H > 0$

$H = \sqrt{\frac{209}{48}} = \frac{\sqrt{209}}{4\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{627}}{12}$

(5) $V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \frac{\cancel{\sqrt{3}}}{1} \cdot \frac{\sqrt{209}}{4\cancel{\sqrt{3}}}$

$V = \frac{\sqrt{209}}{12} = \frac{1}{12}\sqrt{209}$

Odpowiedź: Objętość ostrosłupa wynosi $\frac{\sqrt{209}}{12}$ $[j^3]$.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	34.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	